*И заданы константы* τ ∈ [0, +∞), s ∈ [τ – l, τ) и α < 0. *Тогда, если* x(τ) = α(τ) *и для любого* t ∈ [τ - ω, τ] *справедливо неравенство* x(t) ≥ α(τ), *то найдется* такое λ > 0, *что для любого* t ∈ [τ, τ + λ] *справедливо неравенство* x(t)  ≤ α(τ).

*Доказательство*. В силу линейности задач (2.6) и (2.7) можно без ограничения общности положить α = -1. Обозначим η = -. Так как функция η стационарна на отрезке [s – ω, s] и возрастает на интервале (s, τ), то x(τ) = η (τ) > η (τ - ). Значит, в силу непрерывности функции x найдётся такое число ∂ > 0, что для всех t ∈ [τ, τ + ∂] имеем x(t) ≥  η (τ - ).

Для произвольных t ∈ [τ, τ + ∂] и k ∈ {1,…, n} имеем

)(t) = + ≥

≥ + ≥

≥ =

В силу установленного неравенства и уравнений (2.2) и (2.6) при t ∈ [τ, τ + ∂] имеем

x(t) - = a(x(t) - ) ≤  a(x(t) - .

Рассмотрим функцию z = x - на отрезке []. Имеем

.

В случае a ≥ 0 имеем z() z() = 0.

Положим a < 0. Допустим, что найдётся число ∈ [] такое, что z() > 0. Тогда найдется = sup{t ∈ [] : z(t) ≤ 0}.